Analýza funkce pro výpočet koeficientu R_{log}

Zpracoval: Ing. Ladislav Hanuška
Datum: 31. 12. 2024

Úvod

Když se na mne na poslední seriálové soutěži Seriálu MIČR v září 2024 v Jinolicích obrátila Lenka s dotazem na možné limity koeficientu R_{log}, vzpomněl jsem si na první semestr matematiky na technice, na průběh exponenciální funkce a nic zlého netuše odpověděl, že nejspíše žádné limity nejsou. Nicméně jsem slíbil, že se na průběh funkce R_{log} = f(R) podívám a pokusím se matematicky nalézt její extrémy. Trochu mne zamrazilo v zádech, neboť ke stanovení extrémů funkce je třeba provést první derivaci funkce podle R a tuto položit rovnu nule. Pravda, během mé praxe v projekční kanceláři jsem derivování použil několikrát po absolvování školy, kdy na nás, mladé inženýry, starší spolupracovníci zkoušeli různé „špeky“. Od té doby zřídka. K překonání této překážky jsem požádal o pomoc studentku MF UK, vítězku matematických olympiád, která extrémy hravě vyřešila během několika málo minut. Kromě toho jsme řešili i inverzní body funkce kdy druhá derivace se rovná nule. Tyto body však nemají pro naši praxi význam.

Dále nebudu podrobně rozepisovat postup řešení derivace, uvedu pouze výsledné vzorce pro extrémní hodnoty. Pro názornost jsem průběh funkce zobrazil v grafu.

Výchozí stav

Jako výchozí podklad jsem použil část platných pravidel NAVIGA, ods. 13.3.3, kde je uveden vztah ke stanovení R_{log}:

$$R = \frac{Lwl * \sqrt[2]{S}}{K * \sqrt[3]{V}}$$

kde:

Lwl = délka (plně vystrojeného) modelu na vodorysce [mm],
S = plocha plachet [m^2],
V = výtlak [kg],
K = 456.

Konstanta K = 456 je stanovena tak, aby při Lwl = 456 [mm], S = 1 [m^2] a V = 1[kg], nabyl parametr R hodnotu R = 1.

Parametr R je funkce 3 proměnných; jejich kombinace může být nekonečná.

Dosadíme-li za R = 1 do vztahu pro R_{log} obdržíme také R_{log} = 1.

V bodě R = 1 se nachází první inflexní bod.

V dalším kroku stanovíme parametr $R_{log} = f(R)$ kde:

pro $R \geq 1$ platí:

$$R_{log} = \frac{R}{R^{(2\ logR)}} = R^{(1-2\ logR)}$$

pro $R < 1$ platí:

$$\mathrm{R_{log}} = R * R^{(2\ logR)} = R^{(1+2\ logR)}$$

Stanovení extrémů funkce $R_{log} = f(R)$:

K matematickému stanovení extrémů funkce byly využity dovednosti studentky MF UK, která dokázala derivovat (na rozdíl ode mě) výše uvedenou funkci podle R a za použití metod matematické analýzy stanovit její maxima a minima.

Minimum funkce:

$$R_{log}\ \min = \frac{1}{\sqrt[8]{10}} = \mathbf{0,7499}$$

pro

$$R = \frac{1}{\sqrt[4]{10}} = \mathbf{0,5623}$$

Maximum funkce:

$$R_{log} = \sqrt[8]{10} = \mathbf{1,3335}$$

pro

$$R = \sqrt[4]{10} = \mathbf{1,7783}$$

Obecně platí: pro $R = 0$ je hodnota $R_{lo} = +\infty$
pro $R = +\infty$ je hodnota $R_{log} = 0$

Grafické znázornění funkce

Pro představu průběhu funkce jsem provedl zobrazení v programu EXCEL – viz obr. 1.
Pro grafické znázornění je třeba vytvořit tabulku dat hodnot R, stanovit R_{log} a vhodným typem grafu zobrazit závislost obou hodnot – viz obr. 2.
Na vodorovnou osu (x) jsou vyneseny hodnoty R, na svislou osu (y) vypočtené hodnoty R_{log}.
Hodnoty R jsou stanoveny za předpokladu proměnné L_{wl} v intervalu $L_{wl} = < 80, 2500 > [mm]$. Hodnoty $S = 1$ a $V = 1$ jsou konstantní v celém intervalu.

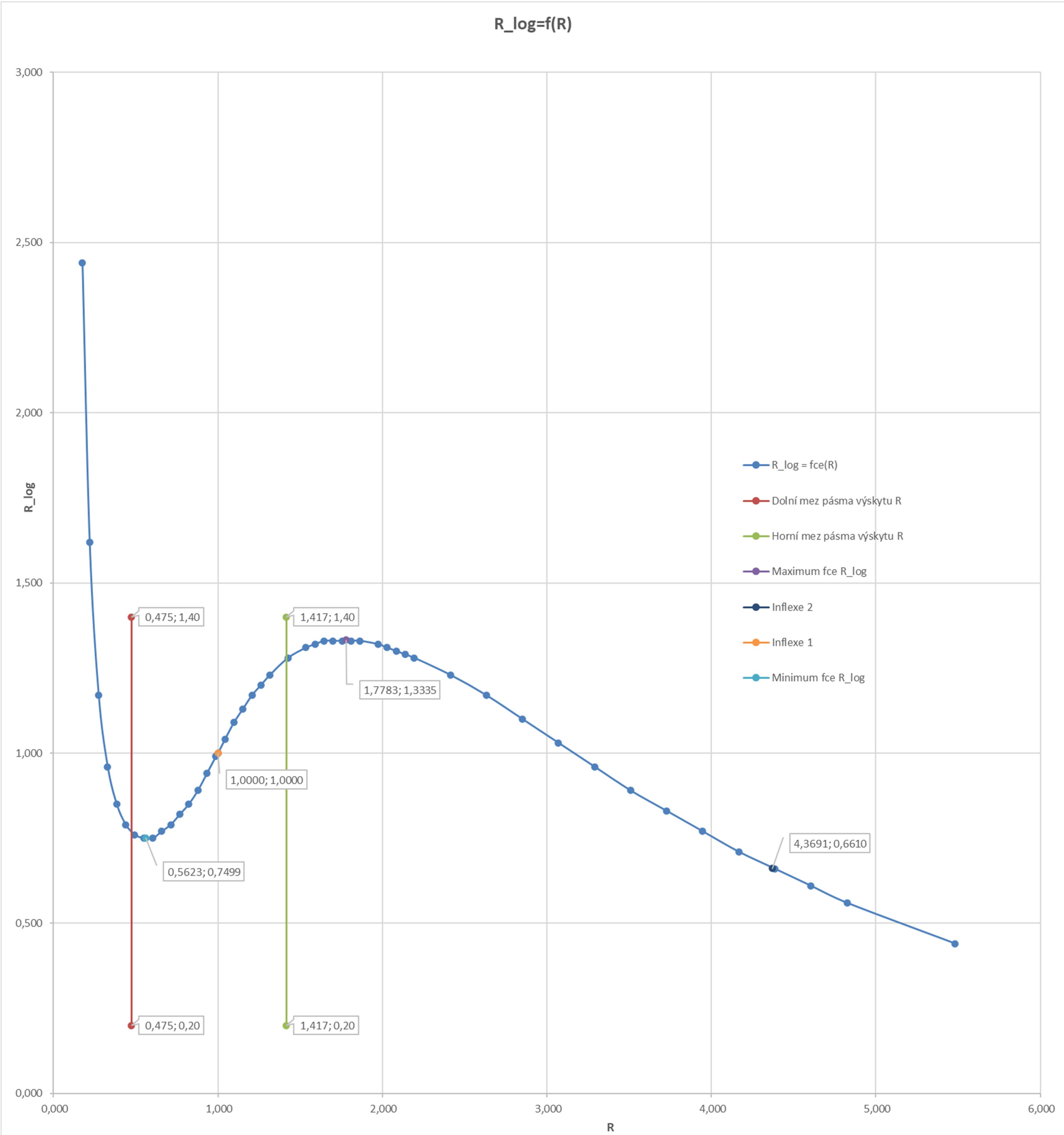
Závěr

Z grafického průběhu funkce je patrno, že pro naši praxi má smysl pro stavbu modelu využít oblast nacházející se mezi výše uvedeným minimem a maximem funkce. Nejvyšší přírůstek R_{lo}g je patrný v okolí R = 1. Čím více se blíží hodnota R k extrémním bodům, klesá gradient (přírůstek) R_{log}.

K posouzení využití reálné oblasti grafu v praxi jsem použil startovní listinu EC NAVIGA 2017, známá Kristýna, kde bylo zúčastněno 49 modelů. Interval R zúčastněných modelů se nacházel mezi hodnotami <0,475, 1,417>. Z grafu je vidno, že pro R = 0,475 se nacházíme před minimem funkce (červená svislá čára) a hodnota R_{log} je vyšší než by byla v minimu. V oblasti maximálních R je určitá rezerva (zelená svislá čára).

Využití znalosti průběhu funkce R_{log} = f(R) dává staviteli možnost optimalizace dílčích parametrů modelu třídy NSS.

Obr. 1 Grafický průběh funkce $R_{log} = f(R)$



Obr. 2 Tabulka hodnot R_{log} = f(R) pro zobrazení v grafu

L [mm]	S [m2]	D [kg]	R	R_{log}
80	1,000	1,000	0,175	2,440
100	1,000	1,000	0,219	1,620
125	1,000	1,000	0,274	1,170
150	1,000	1,000	0,329	0,960
175	1,000	1,000	0,384	0,850
200	1,000	1,000	0,439	0,790
225	1,000	1,000	0,493	0,760
250	1,000	1,000	0,548	0,750
275	1,000	1,000	0,603	0,750
300	1,000	1,000	0,658	0,770
325	1,000	1,000	0,713	0,790
350	1,000	1,000	0,768	0,820
375	1,000	1,000	0,822	0,850
400	1,000	1,000	0,877	0,890
425	1,000	1,000	0,932	0,940
450	1,000	1,000	0,987	0,990
456	1,000	1,000	1,000	1,000
475	1,000	1,000	1,042	1,040
500	1,000	1,000	1,096	1,090
525	1,000	1,000	1,151	1,130
550	1,000	1,000	1,206	1,170
575	1,000	1,000	1,261	1,200
600	1,000	1,000	1,316	1,230
650	1,000	1,000	1,425	1,280
700	1,000	1,000	1,535	1,310
725	1,000	1,000	1,590	1,320
750	1,000	1,000	1,645	1,330
775	1,000	1,000	1,700	1,330
800	1,000	1,000	1,754	1,330
825	1,000	1,000	1,809	1,330
850	1,000	1,000	1,864	1,330
900	1,000	1,000	1,974	1,320
925	1,000	1,000	2,029	1,310
950	1,000	1,000	2,083	1,300
975	1,000	1,000	2,138	1,290
1 000	1,000	1,000	2,193	1,280
1 100	1,000	1,000	2,412	1,230
1 200	1,000	1,000	2,632	1,170
1 300	1,000	1,000	2,851	1,100
1 400	1,000	1,000	3,070	1,030
1 500	1,000	1,000	3,289	0,960
1 600	1,000	1,000	3,509	0,890
1 700	1,000	1,000	3,728	0,830
1 800	1,000	1,000	3,947	0,770
1 900	1,000	1,000	4,167	0,710
2 000	1,000	1,000	4,386	0,660
2 100	1,000	1,000	4,605	0,610
2 200	1,000	1,000	4,825	0,560
2 500	1,000	1,000	5,482	0,440
Inflexe 2			4,3691	0,6610